



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
16 martie 2019

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

Clasa a XII –a

Problema 1. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 & 1-x \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$.

- a) Demonstrați că mulțimea M este parte stabilă a mulțimii $M_3(\mathbb{R})$ în raport cu operația de înmulțire a matricelor.
- b) Studiați proprietățile înmulțirii pe mulțimea dată.

Problema 2.

- a) Demonstrați că funcția $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \ln x - \ln \sqrt{x^2 + 1} + 2019$ este o primitivă crescătoare a funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x^2 + 1)}$.
- b) Calculați $\int \frac{1}{x(x^6 + 1)} dx$, $x > 0$ (se poate folosi, eventual, schimbarea de variabilă $t = x^3$).

Problema 3.

- a) Verificați relația $x^3 = x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}_6$.
- b) Rezolvați în $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ ecuația $x^{2018} + \hat{2} \cdot x = \hat{0}$.
- c) Determinați probabilitatea ca alegând două elemente a și b din \mathbb{Z}_6 , suma lor să fie un element inversabil în \mathbb{Z}_6 .

Problema 4. Într-un experiment s-a constatat că rata de memorare a cuvintelor din vocabularul unei limbi străine de către o grupă de studenți este dată de relația $M'(t) = 0,15 \cdot t - 0,002 \cdot t^2$, unde $M(t)$ reprezintă numărul de cuvinte memorate în t minute iar $M(0) = 0$.

- a) Integrând relația din enunț, deduceți $M(t) = \frac{3}{40} \cdot t^2 - \frac{1}{1500} \cdot t^3$, oricare ar fi $t \geq 0$.
- b) Estimați numărul de cuvinte memorate de către un student din acea grupă în 10 minute.